

Вопрос 1

Абсолютной величиной или модулем,
числа a называется неотрицательное
число удовлетворяющее след. условиям.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a & \text{если } a < 0 \end{cases} \Rightarrow |a| \geq 0$$

Свойства:

$$1) |a+b| \leq |a| + |b|$$

если $a+b \geq 0$, то $|a+b| = a+b \leq |a| + |b|$

в силу $|a| \geq a$. Если $a+b < 0$ то

$$|a+b| = -(a+b) = (-a) + (-b) \leq |-a| + |-b| = |a| + |b|.$$

$$2.) \quad \cancel{(|a| = |a|)} \quad |a-b| \geq |a| - |b|$$

$$\text{Доказ-во: } |a| = |a-b+b| = |(a-b)+b| \leq |a-b| + |b| \Rightarrow \\ \Rightarrow |a-b| + |b| \Rightarrow |a-b| \geq |a| - |b|$$

$$3) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$|a \cdot b| = \sqrt{(a \cdot b)^2} = \sqrt{a^2 \cdot b^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^2} = |a| \cdot |b|$$

$$4) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \sqrt{\left(\frac{a}{b} \right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{|a|}{|b|}.$$